

Marius PERIANU

Cătălin STĂNICĂ

Ioan BALICA

Dumitru SĂVULESCU

Matematică

clasa a V-a

II



CUPRINS

Capitolul 1. Numere raționale pozitive

1.1. Frații ordinare. Noțiuni introductive	7
1.2. Clasificarea fracțiilor ordinare	11
1.3. Frații echivalente	16
1.4. Amplificarea și simplificarea fracțiilor	19
Teste de evaluare	25
Fișă pentru portofoliul individual (A1)	27
1.5. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor	29
1.6. Aflarea unei fracții dintr-un număr. Procent	32
1.7. Adunarea și scăderea unor fracții ordinare cu același numitor	35
1.8. Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare (extindere)	40
Teste de evaluare	43
Fișă pentru portofoliul individual (A2)	45
1.9. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă zecimală. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară	49
1.10. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale. Aproximări	53
1.11. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule	57
Teste de evaluare	63
Fișă pentru portofoliul individual (A3)	65
1.12. Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale	67
1.13. Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule	71
Teste de evaluare	74
Fișă pentru portofoliul individual (A4)	75
1.14. Împărțirea numerelor naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate	77
1.15. Împărțirea a două fracții zecimale	82
1.16. Ordinea efectuării operațiilor. Aproximări	86
Teste de evaluare	90
Fișă pentru portofoliul individual (A5)	91
1.17. Media aritmetică a două fracții zecimale finite	93
1.18. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor	96

Teste de evaluare	100
Fișă pentru portofoliul individual (A6)	101
1.19. Probleme cu caracter aplicativ	107
1.20. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade	110

Capitolul 2. Elemente de geometrie. Unități de măsură

2.1. Dreapta, segmentul de dreaptă, măsurarea unui segment de dreaptă	115
2.2. Unghiul, triunghiul, patrulaterul, cercul: prezentarea prin descrieri și desen; recunoașterea elementelor lor: laturi, unghiuri, diagonale, centrul și raza cercului	121
2.3. Simetria, axa de simetrie și translația: prezentare intuitivă, exemplificare în triunghi, cerc și patrulater	132
2.4. Cubul, paralelipipedul dreptunghic: prezentare prin desen și desfășurare; recunoașterea elementelor: vârfuri, muchii, fețe	135
Teste de evaluare	138
Fișă pentru portofoliul individual (G1)	141
2.5. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre. Transformări	143
2.6. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului. Transformări	146
2.7. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări	150
Teste de evaluare	153
Fișă pentru portofoliul individual (G2)	155
2.8. Unități de măsură pentru capacitate. Transformări	159
2.9. Unități de măsură pentru masă. Transformări	162
2.10. Unități de măsură pentru timp. Transformări	165
2.11. Unități monetare. Transformări	168
Teste de evaluare	169
Fișă pentru portofoliul individual (G3)	171
2.12. Probleme cu caracter aplicativ	177
2.13. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade	180

Capitolul 3. Subiecte pentru evaluările finale

3.1. Variante de subiecte pentru teză	185
3.2. Variante de subiecte pentru evaluarea finală	190
Soluții	194

NUMERE RAȚIONALE POZITIVE

- Tema 1.1.** Frații ordinare. Noțiuni introductive
- Tema 1.2.** Clasificarea fracțiilor ordinare
- Tema 1.3.** Frații echivalente
- Tema 1.4.** Amplificarea și simplificarea fracțiilor
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A1)
- Tema 1.5.** Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor
- Tema 1.6.** Aflarea unei fracții dintr-un număr. Procent
- Tema 1.7.** Adunarea și scăderea unor fracții ordinare cu același numitor
- Tema 1.8.** Compararea și ordonarea fracțiilor ordinare
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A2)
Test – model pentru Evaluarea Națională
- Tema 1.9.** Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă zecimală. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară
- Tema 1.10.** Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale. Aproximări
- Tema 1.11.** Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A3)
- Tema 1.12.** Înmulțirea fracțiilor zecimale
- Tema 1.13.** Ridicarea la putere a unei fracții zecimale finite
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A4)
- Tema 1.14.** Împărțirea numerelor naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate
- Tema 1.15.** Împărțirea a două fracții zecimale
- Tema 1.16.** Ordinea efectuării operațiilor. Aproximări
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A5)
- Tema 1.17.** Media aritmetică a două fracții zecimale finite
- Tema 1.18.** Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor
Teste de evaluare
Fișă pentru portofoliul individual (A6)
Test – model pentru Evaluarea Națională
- Tema 1.19.** Probleme cu caracter aplicativ
- Tema 1.20.** Probleme pentru performanță școlară și olimpiade

Tema 1.1

Fracții ordinare. Noțiuni introductive

O parte dintr-un întreg, împărțit în părți egale, se numește *unitate fracționară*.

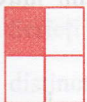
Exemple. Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:



o doime sau o jumătate sau unu pe doi; se scrie $\frac{1}{2}$



o treime sau unu pe trei; se scrie $\frac{1}{3}$



o pătrime sau un sfert sau unu pe patru; se scrie $\frac{1}{4}$

Una sau mai multe unități fracționare se numește *fracție*. Forma generală a fracției este $\frac{a}{b}$, unde $a, b \in \mathbb{N}$ și $b \neq 0$.

Numărul a se numește *numărător* și arată câte unități fracționare s-au luat; numărul b se numește *numitor* și arată în câte părți egale a fost împărțit întregul; linia orizontală (sau oblică) se numește *linie de fracție*.

Fracția este o pereche de numere naturale, a și b , scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ sau a/b , $b \neq 0$.

Exemple. Partea colorată din următoarele figuri reprezintă:



$\frac{3}{4}$ citim *trei pătrimi sau trei supra patru sau trei pe patru*.



$\frac{5}{3}$ citim *cinci treimi sau cinci supra trei sau cinci pe trei*.



1. Scrieți sub formă de fracție:

a) o pătrime;

d) o treime;

g) o miime;

b) o șesime;

e) o sutime;

h) o milionime.

c) o zecime;

f) trei optimi;

i) două cincimi.

2. Citiți următoarele fracții:

a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{40}, \frac{1}{19}, \frac{1}{17}, \frac{1}{1000000}$;

b) $\frac{2}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{9}, \frac{3}{4}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{10}{15}, \frac{16}{23}, \frac{24}{10}, \frac{15}{8}, \frac{13}{8}, \frac{12}{7}$.

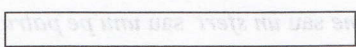
3. Reprezentați prin desene următoarele fracții: $\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}$.

4. Scrieți sub formă de fracție:

- a) trei noimi; d) opt zecimi; g) cinci cincimi;
 b) cinci șesimi; e) patru cincimi; h) treizeci și șapte sutimi.
 c) șapte pătrimi; f) șase pătrimi; i) patru optimi.

Rezolvare. a) trei noimi se scrie $\frac{3}{9}$.

5. Reprezentați, în desene diferite, fracțiile $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{2}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$, din întregul următor:



6. Desenați un pătrat cu latura de 3 cm. Colorați cu roșu $\frac{2}{3}$ din el și cu verde $\frac{1}{3}$ din el.

7. Desenați un dreptunghi cu dimensiunile de 6 cm și 4 cm. Colorați din acest dreptunghi fracțiile $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{24}, \frac{3}{12}, \frac{1}{2}$.

8. Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen ca în exemplul de la d):

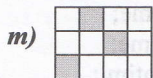
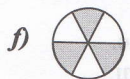
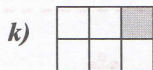
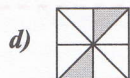
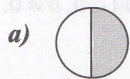


figura	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
fracția				$\frac{2}{8}$									



9. Citiți următoarele fracții: $\frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{8}{7}, \frac{30}{42}, \frac{9}{16}, \frac{48}{50}, \frac{103}{207}, \frac{83}{96}, \frac{a}{b}, \frac{2x}{5y}$.
10. Folosind câte două dintre numerele 3, 5, 7, scrieți toate fracțiile posibile.
11. Folosind câte două dintre numerele 6, 4, 10, scrieți toate fracțiile posibile.
12. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale mai mici decât 6 și mai mari decât 3.
13. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale prime distincte cuprinse între 10 și 20.
- Rezolvare.** Numerele prime cuprinse între 10 și 20 sunt: 11, 13, 17 și 19. Fracțiile care se pot scrie cu aceste numere sunt: $\frac{11}{13}, \frac{11}{17}, \frac{11}{19}, \frac{13}{11}, \frac{13}{17}, \frac{13}{19}, \frac{17}{11}, \frac{17}{13}, \frac{17}{19}, \frac{19}{11}, \frac{19}{13}, \frac{19}{17}$.
14. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale prime diferite cuprinse între 20 și 40.
15. Scrieți în tabelul de mai jos fracția reprezentată de partea hașurată din desen, ca în exemplul h):

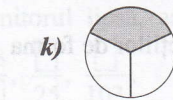
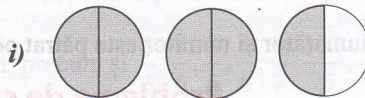
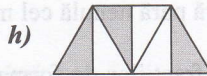
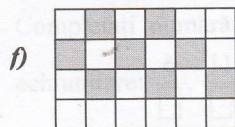
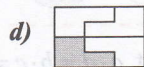
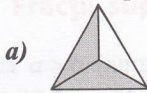


figura	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
fracția								$\frac{3}{6}$			

16. Scrieți toate fracțiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:
- numărătorul este o cifră pară, nenulă;
 - numitorul este o cifră cu cel puțin 3 mai mare decât numărătorul.
17. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde $a \in D_{12}$ și $b \in D_{35}$.
18. Scrieți toate fracțiile de forma $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere prime cuprinse între 25 și 45, iar $a < b$.



19. Fie fracția $\frac{23}{2x+1}$. Determinați numărul natural, pătrat perfect, x pentru care fracția are numitorul mai mic decât numărătorul.

Rezolvare. Avem $2x + 1 < 23 \Leftrightarrow 2x < 23 - 1 \Leftrightarrow 2x < 22 \mid : 2 \Leftrightarrow x < 11$. Cum $x \in \mathbb{N}$, x este pătrat perfect și $x < 11$, rezultă $x \in \{0, 1, 4, 9\}$.

20. Fie fracția $\frac{3x+2}{98}$. Determinați numărul natural x , pătrat perfect pentru care fracția are numitorul mai mare decât numărătorul.
21. Scrieți toate fracțiile $\frac{a}{b}$ unde a este pătratul unui număr natural, b este cubul unui număr natural și $0 < a < 37$, $0 < b < 38$.
22. Scrieți toate fracțiile care îndeplinesc, simultan, condițiile:
- numărătorul este o cifră impară;
 - numitorul este o cifră pară nenulă cel mult cu 5 mai mare decât numărătorul.
23. Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{\overline{ab}+5}{ba+6}$ care au proprietatea că suma dintre numărător și numitor este pătrat perfect.




Probleme de șapte stele

24. Determinați numărul perechilor de fracții $\left(\frac{a}{b}; \frac{c}{d}\right)$ astfel încât $a \cdot d = b \cdot c = 6$, $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$.
25. Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{1}{\overline{ab+bc+ca}}$.
26. a) Determinați numărul fracțiilor de forma $\frac{128}{ab}$.
- b) Dintre fracțiile găsite la punctul anterior, aflați-le pe cele care au proprietatea că numărătorul și numitorul au cel puțin un divizor comun mai mare sau egal cu 2.

Tema 1.2

Clasificarea fracțiilor ordinare


Fracții echiunitare. Frația $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$, se numește *echiunitară* dacă $a = b$ (numărătorul este egal cu numitorul).


Exemple.   

$\frac{2}{2}$ (două doimi) $\frac{3}{3}$ (trei treimi) $\frac{4}{4}$ (patru pătrimi), sau $\frac{8}{8}$, $\frac{100}{100}$, $\frac{205}{205}$.

Fracții subunitare. Frația $\frac{a}{b}$, unde $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$, se numește *subunitară*, dacă $a < b$ (numărătorul este mai mic decât numitorul).


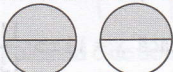
Exemple.

 $\frac{1}{4}$, o pătrime,

 $\frac{3}{5}$, trei cincimi, precum și $\frac{7}{10}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{307}{3008}$.

Fracții supraunitare. Frația $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$ se numește *supraunitară*, dacă $a > b$ (numărătorul este mai mare decât numitorul).

Exemple.

 $\frac{7}{4}$, șapte pătrimi,
 $\frac{3}{2}$, trei doimi, precum și $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{100}{25}$, $\frac{13}{9}$.



1. Completați numărătorul sau numitorul lipsă, astfel încât să obțineți fracții

echiunitare: $\frac{6}{\square}$, $\frac{11}{\square}$, $\frac{\square}{13}$, $\frac{10}{\square}$, $\frac{13}{\square}$, $\frac{\square}{25}$, $\frac{\square}{103}$.

2. Dați câte trei exemple de:

- fracții echiunitare;
- fracții subunitare cu numărătorul 7;
- fracții subunitare cu numitorul 12;

Testul 1

(4p) 1. a) Scrieți numitorul fracției $\frac{11}{7}$.

b) Determinați numărul fracțiilor subunitare cu numitorul 5.

c) Scrieți fracțiile supraunitare cu numărătorul 7.

d) Precizați valoarea de adevăr a propoziției: $\frac{8}{5} = \frac{16}{10}$.

(2p) 2. Se dau mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ și $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Aflați mulțimile

a) $C = \left\{ \frac{a}{b} \text{ supraunitară} \mid a \in A, b \in B \right\}$ b) $D = \left\{ \frac{a}{b} \text{ subunitară} \mid a \in A, b \in B \right\}$.

(3p) 3. a) Simplificați fracțiile $\frac{72}{48}$ și $\frac{150}{125}$ pentru a obține fracții ireductibile.

b) Amplificați fracțiile $\frac{2}{5}$ și $\frac{7}{10}$ pentru a obține numitorii 100.

c) Determinați numărul natural x din egalitatea $\frac{12}{5} = \frac{x}{20}$.

NOTĂ. Timp de lucru 50 minute. Se acordă 1 punct din oficiu.

Testul 2

(4p) 1. a) Scrieți numărătorul fracției $\frac{23}{45}$.

b) Determinați numărul fracțiilor subunitare cu numitorul 11.

c) Scrieți fracțiile supraunitare cu numărătorul 6.

d) Precizați valoarea de adevăr a propoziției: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{8}$.

(2p) 2. Determinați intersecția mulțimilor

$$A = \left\{ a \in \mathbb{N} \mid \frac{a}{7} \text{ supraunitară} \right\} \quad \text{și} \quad B = \left\{ b \in \mathbb{N}^* \mid \frac{12}{b} \text{ subunitară} \right\}.$$

(3p) 3. a) Dacă $\frac{220}{88} = \frac{x}{y}$ și $\frac{x}{y}$ este fracție ireductibilă, determinați $\frac{x}{y}$.

b) Dacă $\frac{4}{x} = \frac{y}{3}$, $x \neq 0$, atunci determinați valoarea expresiei $3xy - 7$.

c) Arătați că fracția $\frac{\overline{a1} + \overline{b7} + \overline{c3}}{a2 + b4 + c5}$ este echiunitară.

NOTĂ. Timp de lucru 50 minute. Se acordă 1 punct din oficiu.